



Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
Direktorat Jenderal Pendidikan Anak Usia Dini dan Pendidikan Masyarakat
Direktorat Pembinaan Pendidikan Keaksaraan dan Kesetaraan
Tahun 2017

MODUL 1

Belanja Cerdas

MATEMATIKA
Paket C Setara Kelas X SMA/MA





Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
Direktorat Jenderal Pendidikan Anak Usia Dini dan Pendidikan Masyarakat
Direktorat Pembinaan Pendidikan Keaksaraan dan Kesetaraan
Tahun 2017

MODUL 1

Belanja Cerdas

MATEMATIKA
Paket C Setara Kelas X SMA/MA



Item	Price
SMOKED SAUSAGE	2.99
MILD CHEDDAR	0.79
GRANULATED SUGAR	0.95
RASBERRIES 225G	2.47
LARGE ONIONS	
ITAL PARMESAN	1.56
GRAPES RED LSE	0.24
0.625kg @ 2.49/kg	1.99
TOMATO PUREE	0.21
DRIED PINEAPPLE	0.21
CHOPPED TOMATOES	0.76
CHOPPED TOMATOES	1.97
SKIMMED MILK	1.49
BREADED HAM	0.89
WHOLEWHEAT FUSILLI	1.25
CHERRY BAPS	1.25
CELERY	1.25

Matematika Paket C Tingkatan V Modul Tema 1
Modul Tema 1 : Belanja Cerdas

- Penulis: Rain Adhistya
- Diterbitkan oleh: Direktorat Pembinaan Pendidikan Keaksaraan dan Kesetaraan-
Ditjen Pendidikan Anak Usia Dini dan Pendidikan Masyarakat-Kementerian Pendidikan dan
Kebudayaan, 2018

iv+ 40 hlm + ilustrasi + foto; 21 x 28,5 cm

Kata Pengantar

Pendidikan kesetaraan sebagai pendidikan alternatif memberikan layanan kepada masyarakat yang karena kondisi geografis, sosial budaya, ekonomi dan psikologis tidak berkesempatan mengikuti pendidikan dasar dan menengah di jalur pendidikan formal. Kurikulum pendidikan kesetaraan dikembangkan mengacu pada kurikulum 2013 pendidikan dasar dan menengah hasil revisi berdasarkan peraturan Mendikbud No.24 tahun 2016. Proses adaptasi kurikulum 2013 ke dalam kurikulum pendidikan kesetaraan adalah melalui proses kontekstualisasi dan fungsionalisasi dari masing-masing kompetensi dasar, sehingga peserta didik memahami makna dari setiap kompetensi yang dipelajari.

Pembelajaran pendidikan kesetaraan menggunakan prinsip flexible learning sesuai dengan karakteristik peserta didik kesetaraan. Penerapan prinsip pembelajaran tersebut menggunakan sistem pembelajaran modular dimana peserta didik memiliki kebebasan dalam penyelesaian tiap modul yang di sajikan. Konsekuensi dari sistem tersebut adalah perlunya disusun modul pembelajaran pendidikan kesetaraan yang memungkinkan peserta didik untuk belajar dan melakukan evaluasi ketuntasan secara mandiri.

Tahun 2017 Direktorat Pembinaan Pendidikan Keaksaraan dan Kesetaraan, Direktorat Jendral Pendidikan Anak Usia Dini dan Pendidikan Masyarakat mengembangkan modul pembelajaran pendidikan kesetaraan dengan melibatkan pusat kurikulum dan perbukuan kemdikbud, para akademisi, pamong belajar, guru dan tutor pendidikan kesetaraan. Modul pendidikan kesetaraan disediakan mulai paket A tingkat kompetensi 2 (kelas 4 Paket A). Sedangkan untuk peserta didik Paket A usia sekolah, modul tingkat kompetensi 1 (Paket A setara SD kelas 1-3) menggunakan buku pelajaran Sekolah Dasar kelas 1-3, karena mereka masih memerlukan banyak bimbingan guru/tutor dan belum bisa belajar secara mandiri.

Kami mengucapkan terimakasih atas partisipasi dari Pusat Kurikulum dan Perbukuan Kemdikbud, para akademisi, pamong belajar, guru, tutor pendidikan kesetaraan dan semua pihak yang telah berpartisipasi dalam penyusunan modul ini.

Jakarta, Desember 2017
Direktur Jenderal

Harris Iskandar

Modul Dinamis: Modul ini merupakan salah satu contoh bahan ajar pendidikan kesetaraan yang berbasis pada kompetensi inti dan kompetensi dasar dan didesain sesuai kurikulum 2013. Sehingga modul ini merupakan dokumen yang bersifat dinamis dan terbuka lebar sesuai dengan kebutuhan dan kondisi daerah masing-masing, namun merujuk pada tercapainya standar kompetensi dasar.

Kata Pengantar	iii
Daftar Isi	iv
Petunjuk Penggunaan Modul	1
Tujuan Pembelajaran Modul	2
Pengantar Modul	2
UNIT 1 PERSAMAAN LINEAR SATU VARIABEL DAN DUA VARIABEL SERTA PENERAPAN SEHARI-HARI	5
Kegiatan 1	8
Kegiatan 2	10
Kegiatan 3	13
Kegiatan 4	17
UNIT 2 SISTEM PERTIDAKSAMAAN LINEAR SATU VARIABEL DAN NILAI MUTLAK	19
Kegiatan 1	24
A. Nilai Mutlak	25
Latihan 1	26
UNIT 3 PERTIDAKSAMAAN RASIONAL DAN IRASIONAL SATU VARIABEL	29
Penugasan	26
A. Sistem Persamaan Dua Variabel dari Bentuk Linear dan Kuadrat	32
Kegiatan 1	33
B. Sistem Persamaan Dua Variabel dari Bentuk Kuadrat-Kuadrat	35
Rangkuman	37
Kriteria Pindah Modul	39
Saran Referensi	40
Daftar Pustaka	40



Petunjuk Penggunaan Modul

Modul ini berisi materi tentang persamaan dan pertidaksamaan nilai mutlak dari bentuk linear satu variabel, pertidaksamaan rasional dan irasional satu variabel dan sistem pertidaksamaan dua variabel (linear-kuadrat dan kuadrat-kuadrat) dalam tema bagaimana berbelanja dengan cerdas maupun penerapan lainnya dalam kehidupan kita sehari-hari. Subtema cara memilih produk yang baik dikaitkan dengan konsep persamaan linear satu variabel dan dua variabel. Konsep dasar ini sebagai pijakan untuk memahami konsep tentang pertidaksamaan linear satu variabel. Contoh-contoh dalam bentuk masalah kontekstual, disajikan dengan kata-kata yang sederhana, ringan dan mengalir sehingga mudah untuk dipahami.

Subtema membawa uang sesuai rencana belanja dikaitkan dengan konsep tentang pertidaksamaan linear satu variabel. Contoh-contoh atau peristiwa kontekstual yang dilakukan sehari-hari menjadi masalah yang asik untuk didiskusikan dan diselesaikan. Sedangkan subtema membandingkan harga dikaitkan materi strategi pemecahan masalah, yaitu mengidentifikasi masalah kontekstual, membuat model matematikanya serta menyelesaikannya sesuai dengan langkah-langkah penyelesaian. Materi pelajaran yang terkait adalah persamaan dan pertidaksamaan linear satu variabel, pertidaksamaan rasional dan irasional dan pertidaksamaan dua variabel (linear-kuadrat dan kuadrat-kuadrat).

Selain penjelasan mengenai materi yang ditampilkan, modul ini juga dilengkapi dengan latihan untuk menguji pemahaman dan penguasaan dari peserta didik terhadap materi yang telah dipelajarinya. Modul ini disusun dengan bahasa yang sederhana, dan dibuat berurutan sesuai dengan urutan materi yang terlebih dahulu perlu dikuasai. Untuk itu, sebelum mempelajari modul ini sebaiknya.

1. Baca pengantar modul untuk mengetahui arah pengembangan modul
2. Membaca kompetensi dasar dan tujuan yang ingin dicapai melalui modul.
3. Agar memperoleh gambaran yang utuh mengenai modul, maka pengguna perlu membaca dan memahami peta konsep.
4. Mempelajari modul secara berurutan agar memperoleh pemahaman yang utuh.
5. Ikuti semua tahapan dan petunjuk yang ada pada modul ini.



Tujuan Pembelajaran Modul

Tujuan pembelajaran modul ini, agar Anda:

1. Memahami konsep persamaan dan pertidaksamaan nilai mutlak dari bentuk linear satu variabel, pertidaksamaan rasional dan irasional satu variabel dan sistem pertidaksamaan dua variabel (linear-kuadrat dan kuadrat-kuadrat) dan penggunaannya dalam menyelesaikan kehidupan sehari-hari
2. Terampil melakukan operasi matematika yang melibatkan persamaan dan pertidaksamaan nilai mutlak dari bentuk linear satu variabel, pertidaksamaan rasional dan irasional satu variabel dan sistem pertidaksamaan dua variabel (linear-kuadrat dan kuadrat-kuadrat) serta penggunaannya dalam menyelesaikan kehidupan sehari-hari
3. Terbentuk dan memiliki sikap kemandirian, bertindak logis, tidak mudah menyerah dan percaya diri menggunakan matematika dalam pengembangan kehidupan ekonomi dan masalah lainnya sehari-hari



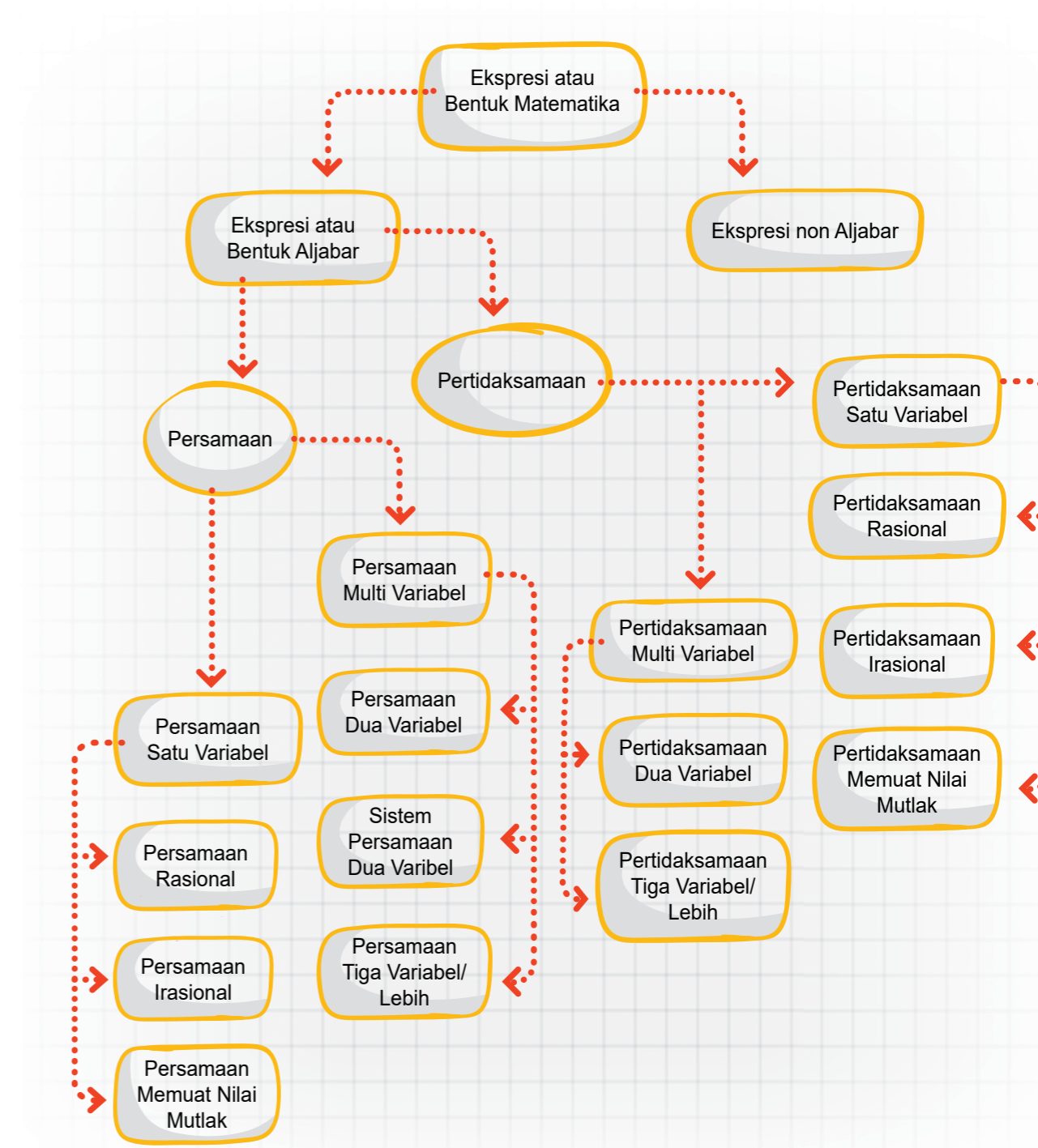
Pengantar Modul

Banyak kalimat, pernyataan, peristiwa atau situasi sehari-hari yang dapat dinyatakan dalam simbol atau bahasa yang sederhana, ringkas dan akurat agar lebih mudah dipahami sehingga perlu dikenalkan konsep ekspresi matematika, persamaan atau pertidaksamaan selain menggunakan bentuk tabel, diagram/ilustrasi, atau gambar. Pada modul ini akan dibahas ekspresi matematika terutama yang terkait dengan konsep dan penggunaan dari persamaan dan pertidaksamaan nilai mutlak dari bentuk linear satu variabel, pertidaksamaan rasional dan irasional satu variabel dan sistem pertidaksamaan dua variabel (linear-kuadrat dan kuadrat-kuadrat)

Pembahasan persamaan dan pertidaksamaan nilai mutlak dari bentuk linear satu variabel meliputi konsep sistem persamaan dan pertidaksamaan linear satu dan dua variabel dari masalah kontekstual, pengertian persamaan, jenis, bentuk, dan unsur dalam persamaan dan pertidaksamaan serta operasi matematika dalam menyederhanakan atau menyelesaikan persamaan dan pertidaksamaan, serta penerapan dan penyelesaian persamaan dan pertidaksamaan yang memuat nilai mutlak

Pembahasan persamaan dan pertidaksamaan pertidaksamaan rasional dan irasional satu variabel meliputi konsep persamaan dan pertidaksamaan pertidaksamaan rasional dan irasional dari masalah kontekstual, pengertian persamaan, jenis, bentuk, dan unsur dalam persamaan dan pertidaksamaan rasional dan irasional serta operasi matematika dalam menyederhanakan

atau menyelesaikan persamaan dan pertidaksamaan rasional dan irasional, serta penerapan dan penyelesaian persamaan dan pertidaksamaan rasional dan irasional. Pembahasan sistem persamaan dan pertidaksamaan dua variabel (linear – kuadrat) meliputi prinsip dalam melakukan operasi matematika untuk menyederhanakan atau menyelesaikan sistem persamaan dan pertidaksamaan dua variabel. Peta konsep dari materi pelajaran tersebut dapat digambarkan sebagai berikut.



Banyak aktifitas ataupun masalah sehari-hari yang berkaitan dengan penggunaan konsep persamaan dan pertidaksamaan dalam perdagangan, belanja, penjualan dan sebagainya. Misalkan dalam mengalokasikan berbagai persediaan uang yang dibelanjakan dan terbatas untuk dialokasikan pada berbagai jenis barang dengan menggunakan skala prioritas.

Setiap keluarga harus tepat, cerdas, bijak, hemat dan cermat dalam membelanjakan dan mengalokasikan penghasilannya untuk berbelanja terlebih dalam kondisi keuangan yang kritis, yaitu membeli barang-barang sesuai dengan tingkat kepentingan atau urgennya barang dibutuhkan.

Beberapa tips belanja cerdas menghindari menyimpan uang tunai terlalu banyak di dompet, menulis daftar belanja apa saja yang akan dibeli, memilih produk yang murah namun berkualitas, membandingkan harga-harga barang yang akan dibeli terlebih dahulu serta disiplin dengan daftar belanja yang sudah direncanakan dan dibuat.

UNIT 1

PERSAMAAN LINEAR SATU VARIABEL DAN DUA VARIABEL SERTA PENERAPAN SEHARI-HARI

Tujuan dari mempelajari materi pada pembelajaran adalah untuk menggali informasi dan menemukan tentang konsep dari sistem persamaan linear satu variabel dan dua variabel yang diperoleh dari kesimpulan yang terdapat dalam masalah-masalah kontekstual sehari-hari yang disajikan seperti mengembangkan dan memilih jenis produk, serta masalah lainnya. Contoh atau peristiwa kontekstual dijabarkan kedalam bentuk persamaan linear satu variabel dan dua variabel kemudian menggunakan konsep sistem persamaan tersebut untuk menyelesaikan soal.



Kegiatan membeli ikan yang dapat difungsikan untuk menemukan konsep tentang sistem persamaan linear satu variabel (PLSV).



Perhatikan ikan tongkol diatas, jika ibu mempunyai rencana membeli ke enam ikan ini dengan harga Rp 180.000,- berapa harga beli ikan tongkol tersebut jika budi membeli satu ikan tongkol? Salah satu pertanyaan sederhana yang timbul dari proses pembelian ikan tongkol diatas. Bagaimana kita dapat mengerjakan permasalahan di atas? Sebetulnya sangat sederhana. Dalam bayangan kita, akan bertanya sebetulnya harga awal 1 ikan tongkol itu berapa? Untuk memudahkan dalam penyelesaian, kita buat dalam bentuk variabel/huruf. Jika harga 1 ikan tongkol kita misalkan dengan variabel/huruf “x”, diperoleh sebuah kalimat matematika yaitu 6 dikali “x” = Rp 180.000,- atau $6 \cdot x = \text{Rp } 180.000,-$ sehingga dengan perubahan diatas, diperoleh nilai $x = \frac{180.000}{6} = \text{Rp } 30.000,-$

Bagaimana bentuk Persamaan Linear Satu Variabel? Lihat beberapa contoh dibawah ini!

- (i) $2x + 5 = 0$
- (ii) $x + y = 5$
- (iii) $10 - 2p = -12$
- (iv) $y = 3x - 5$

Dari 4 contoh diatas, manakah yang menurut Anda merupakan persamaan linear satu

variabel? Sebelum menjawabnya, lihat definisi dari variabel terlebih dahulu. **Variabel** adalah lambang pengganti suatu bilangan yang belum diketahui nilainya dengan jelas. Variabel disebut juga peubah. Variabel biasanya dilambangkan dengan huruf kecil a, b, c, ... z. Jadi, terlihat dengan jelas dari contoh diatas bahwa yang merupakan persamaan linear satu variabel adalah persamaan (i) dan (iii) dengan variabel x dan variabel p. Sedangkan, menurut Anda, kira-kira untuk persamaan (ii) dan persamaan (iv) termasuk kelompok yang mana? Ya, dengan jelas kita mengatakan bahwa kedua persamaan termasuk kelompok persamaan linear dengan dua variabel. Sekarang, dalam pikiran Anda mungkin akan timbul pertanyaan? Apa perbedaan antara persamaan dan pertidaksamaan? Sekarang kita simak lagi definisinya terlebih dahulu, **persamaan** adalah sebuah pernyataan matematika yang ditandai dengan simbol sama dengan “=”, sedangkan **pertidaksamaan** adalah sebuah pernyataan matematika yang ditandai dengan simbol “<”, “>”, “≤”, dan “≥”. Itulah definisi secara umum dan cara mudah dalam membedakan keduanya.

Untuk menemukan konsep materi ini dengan sangat mudah, Anda harus selalu mengasah kemampuan untuk selalu bertanya. Pertanyaan terakhir! Kenapa diberi nama persamaan linear? Bukan nama persamaan yang lain?. Persamaan ini dikatakan linear jika hubungan ini digambarkan dalam sistem koordinat kartesius berbentuk garis lurus.

Ekspresi atau bentuk matematika merupakan gabungan atau kombinasi symbol-symbol matematika bilangan, konstanta, variabel, operasi, fungsi, tanda baca, pengelompokan dan aspek lainnya yang membentuk kalimat matematika. Pada suatu ekspresi matematika, variabel merupakan lambang pengganti bilangan yang belum diketahui nilainya, konstanta merupakan bilangan yang tidak memuat variabel, koefisien adalah bilangan yang memuat variabel, dan suku adalah variabel beserta koefisien atau konstanta yang dipisahkan oleh operasi jumlah atau pengurangan.

Ekspresi matematika yang memuat simbol kesamaan, “=”, disebut dengan persamaan. Sedangkan persamaan dengan yang memuat satu variabel berpangkat satu pada setiap suku-sukunya disebut persamaan linear. Jadi, persamaan linear satu variabel (PLSV) adalah persamaan linear yang memiliki satu jenis variabel.

Untuk memahami konsep tentang Sistem Persamaan Linear Satu Variabel (PLSV), dapat diperoleh dari kesimpulan beberapa soal dibawah ini.

Contoh 1

Tuliskan kalimat ini dengan bahasa matematika. “Suatu bilangan jika dikalikan 3 kemudian dikurangi 5, hasilnya adalah 10” dengan menggunakan variabel x sebagai pengganti bilangan yang belum diketahui nilainya.

Penyelesaian:

Misalkan pengganti bilangan tersebut adalah "x", berarti bahasa matematikanya $3x - 5 = 10$.

KEGIATAN 1

1. Pahami secara seksama soal dibawah ini.
2. Ubahlah kalimat-kalimat dibawah ini dengan menggunakan bahasa matematika.
3. Tuliskan jawaban Anda dalam kolom yang sudah disediakan.

a		Kolam renang disamping mempunyai panjang 7 meter lebihnya dari lebarnya, ubahlah dalam kalimat tersebut dalam kalimat matematika! _____ _____ _____ _____
b		Gambar disamping adalah jembatan Kutai Kartanegara (Mahakam II) dan merupakan 10 jembatan terpanjang di Indonesia. Jika jembatan Suramadu yang merupakan jembatan terpanjang di Indonesia mempunyai panjang 8 kali lipat dari jembatan Mahakam II, ubahlah dalam kalimat matematika yang sederhana! _____ _____ _____
c		Jika umur ibu, 5 tahun yang akan datang mempunyai umur 3 tahun kurangnya dari 10 kali lipat umur adik yang paling kecil. Ubahlah kalimat tersebut dalam bentuk kalimat matematika! _____ _____ _____ _____

Berdasarkan contoh dan tugas tersebut, dapat disimpulkan bahwa bentuk umum persamaan linear satu variabel dapat dinyatakan sebagai

$$ax + b = c, \text{ di mana } a, b, c \text{ konstan dan } a \neq 0$$

Sebuah persamaan dapat diubah ke bentuk persamaan lain yang ekuivalen/setara dengan cara kedua ruas persamaan ditambah, dikurangi, dikalikan, atau dibagi dengan bilangan yang sama.

Penyelesaian atau akar dari persamaan linear satu variabel dicari dengan mengubah bentuk persamaan menjadi bentuk paling sederhana yang setara melalui manipulasi atau operasi matematika linear, yaitu dengan cara kedua ruas persamaan ditambah, dikurangi, dikalikan, atau dibagi dengan bilangan yang sama.

Contoh 2:

1. Selesaikanlah persamaan berikut $x + 5 = 10$

Penyelesaian:

$$x + 5 = 10$$

$$x + 5 - 5 = 10 - 5 \quad \text{(ruas kanan dan kiri dikurangi 5)}$$

$$x = 5$$

atau

$$x + 5 = 10$$

$$x = 10 - 5 \quad \text{(+5 pindah ruas menjadi - 5)}$$

$$x = 5$$

2. Selesaikan persamaan berikut $4x - 12 = - 8$

Penyelesaian:

$$4x - 12 = - 8$$

$$4x - 12 + 12 = - 8 + 12 \quad \text{(ruas kanan dan kiri ditambah 12)}$$

$$4x = 4$$

$$4x \cdot (1/4) = 4 \cdot (1/4) \quad \text{(ruas kanan dan kiri dikali 1/4)}$$

$$x = 1$$

atau

$$4x - 12 = - 8$$

$$4x = -8 + 12 \quad (-12 \text{ pindah ruas menjadi } + 12)$$

$$4x = 4$$

$$x = 4/4 \quad (4 \text{ kali } x, \text{ pindah ruas menjadi bagi } 4)$$

$$x = 1$$

3. Tentukan penyelesaian dari persamaan $2(5 - x) = 4(2x - 5)$

Penyelesaian:

Bagaimana jika menemukan soal seperti diatas! Langkah yang paling sederhana adalah mengelompokkan suku-suku yang sejenis baik variabel maupun konstanta.

$$2(5 - x) = 4(2x - 5)$$

$$10 - 2x = 8x - 20 \quad (\text{sederhanakan menggunakan sifat aljabar yaitu distributif})$$

$$-2x - 8x = -20 - 10 \quad (\text{pindah ruas untuk mengelompokkan suku-suku sejenis})$$

$$-10x = -30$$

$$x = -30/-10 \quad (-10 \text{ kali } x, \text{ pindah ruas menjadi bagi } -10)$$

$$x = 3$$

KEGIATAN 2

Selesaikan soal dibawah ini dengan tepat dan cermat sesuai dengan konsep persamaan linear satu variabel yang sudah dipelajari!

- Tentukan nilai variabel-variabel dari soal dibawah ini
 - $x - 15 = -8$
 - $5 - t = 10$
 - $3y + 7 = 25$
 - $\frac{1}{2}a = -26$
 - $\frac{1}{3}p + 3 = -99$
- Jika keliling persegi adalah 64 cm dengan panjang sisinya $(6x + 4)$ cm. Tentukan nilai x !
- Ibu Sumiatun akan membelanjakan uang hasil bekerja dipasar. $\frac{1}{2}$ uangnya dipergunakan untuk membeli baju, $\frac{1}{3}$ uangnya dipergunakan untuk membeli keperluan memasak, uang sisa di dompetnya tinggal Rp . 180.000,-. Berapakah total uang hasil bekerja dari Ibu Sumiatun tersebut?

- Sebuah persegi panjang mempunyai ukuran panjang $(3x - 5)$ cm dan lebar $(x + 3)$ cm. Jika keliling persegi panjang 52 cm, maka panjang dan lebar persegi panjang berturut-turut adalah
- Pak Budiman membeli obat sakit kepala dari apotek "Bunda", sebanyak 5 tablet dengan harga Rp 120.000,- pada hari dan toko yang sama Budi membeli obat sakit kepala dengan merk yang sama sebanyak 3 tablet dengan harga Rp 72.000,-. Jika mandra mau membeli obat yang sama sebanyak 12 tablet. Berapakah uang yang harus dibayarkan?

Sekarang perhatikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan persamaan linear dua variabel berikut. Kegiatan jual beli bawang merah dan bawang putih serta memilih manakah bawang merah dan putih yang baik dan berkualitas.

Harga 3 kg bawang merah dan 2 kg bawang putih adalah Rp 65.000,-. Harga 1 kg bawang merah dan 3 kg bawang putih adalah Rp 75.000,-. Berapa harga yang dibutuhkan Pak Budi jika membeli 5 kg bawang merah dan 5 kg bawang putih di toko yang sama? Jika menemukan permasalahan seperti ini, dalam benak kita langsung muncul pertanyaan? Sebetulnya berapa harga 1 kg bawang merah dan 1 kg bawang putih? Bisakah kita menebaknya dengan acak? Permasalahan yang sederhana inilah yang mengawali munculnya konsep Persamaan Linear Dua Variabel? Maksudnya bagaimana? Kita misalkan saja harga 1 kg bawang merah = x dan harga 1 kg bawang putih = y . Boleh tidak? Jika variabel yang dipilih tidak x dan y ? Jawabannya boleh. Ini hanya permisalan untuk memudahkan dalam penyelesaian permasalahan. Muncullah bahasa matematika dari permasalahan di atas dan diperoleh dua persamaan yaitu

$$3x + 2y = \text{Rp } 65.000,-$$

$$1x + 3y = \text{Rp } 75.000,-$$

Dengan munculnya dua buah persamaan ini, maka penyelesaian selanjutnya akan lebih mudah. Kemampuan dalam memahami dan menelaah permasalahan-permasalahan menjadi bahasa matematika ini yang harus selalu rutin di asah oleh Anda!

Bagaimana bentuk umum Persamaan Linear Dua Variabel?



Lihat saja contoh dibawah ini!

- (i) $2x + 2y = 3$
- (ii) $P - 5q = 10$
- (iii) $Y = 3x - 2$
- (iv) $6y + 4 = 4x$
- (v) $y = 2x^2 - 5$

Dari 5 contoh diatas, manakah yang merupakan persamaan linear dua variabel? Sebelum menjawabnya, terlihat dengan jelas dari contoh diatas bahwa yang merupakan persamaan linear dua variabel adalah persamaan (i), (ii), (iii) dan (iv) dengan variabel x, y, p dan variabel q. Sedangkan, menurut Anda, kira-kira untuk persamaan (v) termasuk kelompok yang mana? Padahal juga mempunyai dua variabel yaitu x dan y. Ya, persamaan (v) termasuk kelompok persamaan kuadrat karena variabel x mempunyai pangkat 2 (kuadrat).

Dari contoh diatas dan penjabaran serta penelaan dari permasalahan, kita temukan konsep sederhana dari persamaan linear dua variabel.

Persamaan Linear Dua Variabel (PLDV) adalah persamaan linear yang memiliki dua jenis variabel dengan pangkat masing-masing variabelnya berderajat 1.

Dua atau lebih persamaan linear dua variabel dengan jenis variabel yang sama dapat membentuk sistem yang kita sebut dengan sistem persamaan linear dua variabel (SPLDV). Bentuk umum sistem persamaan linear dua variabel/peubah adalah

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Dengan $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1,$ dan c_2 konstan dengan a_1 dan b_1 tidak keduanya nol, serta a_2 dan b_2 tidak keduanya nol. Nilai – nilai pengganti peubah x dan y yang membuat sistem persamaan di atas bernilai benar disebut penyelesaian sistem persamaan tersebut. Himpunan yang beranggotakan penyelesaian-penyelesaian sistem persamaan diatas disebut dengan himpunan penyelesaian.

Contoh 3:

Tulislah kalimat ini dengan bahasa matematika. “Jika umur Ibu Sarminah 8 Tahun lebih tua dari Umur Ibu Muthmainnah, dan jika dijumlahkan umur keduanya 94 tahun dengan menggunakan variabel x dan y sebagai pengganti bilangan yang belum diketahui nilainya!

Jawab:

Misalnya :

Umur Ibu Sarminah = y dan Umur Ibu Muthmainnah = x

Dari permasalahan di atas, ada dua pokok kalimat yang bisa digali dan ditelaah

Pernyataan pertama “Ibu Sarminah 8 tahun lebih tua dari umur Ibu Muthmainnah” menjadi suatu persamaan $y = x + 8$

Pernyataan kedua “jika dijumlahkan umur keduanya 94 tahun” menjadi suatu persamaan $x + y = 94$

KEGIATAN 3

1. Pahami secara seksama soal dibawah ini.
2. Ubahlah kalimat-kalimat dibawah ini dengan menggunakan bahasa matematika.
3. Tuliskan jawaban Anda dalam kolom yang sudah disediakan.

a		Biaya masuk stadion sepakbola untuk anak-anak Rp 3.000,- sedangkan dewasa Rp 5.000,-. Pada suatu pertandingan persahabatan panitia memperoleh penghasilan Rp 1.460.000,- dengan jumlah penonton 900. Ubahlah dalam kalimat matematika! _____ _____ _____ _____
b		Panjang sawah yang berbentuk persegi panjang dua kali lebarnya. Jika keliling sawah 72 meter. Ubahlah dalam kalimat matematika! _____ _____ _____ _____

c		<p>Biaya tiga meja dan delapan kursi adalah Rp 1.500.000,-. Jika biaya meja lebih mahal Rp 150.000,- dari kursi. Ubahlah kalimat tersebut dalam bentuk kalimat matematika!</p> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
---	---	--

Dalam menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel, ada beberapa metode yang bisa digunakan yaitu metode grafik, substitusi, eliminasi, gabungan substitusi dan eliminasi, determinan dan matriks. Pada modul kali ini yang akan dibahas adalah penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel dengan menggunakan metode substitusi, metode eliminasi dan metode menggunakan operasi baris.

1. Metode Subtitusi

Untuk menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel, dengan menggunakan metode substitusi, langkah-langkahnya adalah sebagai berikut:

- **Langkah 1**
Pilihlah salah satu persamaan yang sederhana kemudian ubahlah salah satu persamaan tersebut kedalam persamaan lain yang baru.
- **Langkah 2**
Substitusikan/masukkan persamaan di langkah 1 kedalam persamaan yang lain sehingga terbentuk persamaan linear satu variabel.
- **Langkah 3**
Kemudian selesaikan persamaan tersebut menggunakan konsep persamaan linear satu variabel sehingga diperoleh salah satu nilai dari variabel tersebut.
- **Langkah 4**
Substitusikan nilai yang diperoleh di langkah 3 kedalam persamaan sehingga diperoleh nilai dari kedua variabel.

Contoh 4:

Dengan menggunakan metode substitusi, tentukan penyelesaian sistem persamaan linear

$$2x + y = 4$$

$$5x - 2y = 1$$

Jawab:

$$2x + y = 4 \dots\dots\dots \text{pers. (i)}$$

$$5x - 2y = 1 \dots\dots\dots \text{pers. (ii)}$$

Persamaan (i) diubah kedalam persamaan baru

$$2x + y = 4$$

$$y = 4 - 2x \dots\dots\dots \text{pers.(iii)}$$

Persamaan (iii) yaitu $y = 4 - 2x$ disubstitusikan ke persamaan (ii)

$$5x - 2y = 1$$

$$5x - 2(4 - 2x) = 1$$

$$5x - 8 + 4x = 1$$

$$9x = 9$$

$$x = 1$$

Nilai $x = 1$ disubstitusikan ke persamaan (iii)

$$y = 4 - 2x$$

$$= 4 - 2(1)$$

$$= 2$$

Jadi, diperoleh penyelesaian $x = 1$ dan $y = 2$ dan himpunan penyelesaiannya adalah $\{(1,2)\}$

2. Metode Eliminasi

Untuk menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel dengan menggunakan metode eliminasi, langkah-langkah yang dilakukan adalah

- **Langkah 1**
Eliminasikan (hilangkan) salah satu variabel, dengan cara menjumlahkan atau mengurangkan suku-suku yang sama dari kedua persamaan sehingga diperoleh nilai dari variabel yang lain. Misalkan menghilangkan variabel x untuk mencari nilai variabel y .
- **Langkah 2**
Seperti pada langkah yang pertama, Eliminasi (hilangkan) salah satu variabel, dengan cara menjumlahkan atau mengurangkan suku-suku yang sama dari kedua persamaan sehingga diperoleh nilai dari variabel yang lain. Misalkan menghilangkan variabel y untuk mencari nilai variabel x .

Contoh 5:

Dengan menggunakan metode eliminasi, tentukan penyelesaian sistem persamaan linear

$$2x + y = 4$$

$$5x - 2y = 1$$

Jawab:

Menghilangkan variabel x untuk mencari nilai dari variabel y

$$\begin{array}{r} 2x + y = 4 \quad | \times 5 | \quad 10x + 5y = 20 \\ 5x - 2y = 1 \quad | \times 2 | \quad 10x - 4y = 2 \\ \hline - \\ 9y = 18 \\ y = 2 \end{array}$$

Menghilangkan variabel y untuk mencari nilai dari variabel x

$$\begin{array}{r} 2x + y = 4 \quad | \times 2 | \quad 4x + 2y = 8 \\ 5x - 2y = 1 \quad | \times 1 | \quad 5x - 2y = 1 \\ \hline + \\ 9x = 9 \\ x = 1 \end{array}$$

Jadi, diperoleh penyelesaian $x = 1$ dan $y = 2$ dan himpunan penyelesaiannya adalah $\{(1,2)\}$

Metode eliminasi dan substitusi digunakan secara bersama-sama untuk menyelesaikan suatu sistem persamaan linear dua variabel. langkah-langkah yang dilakukan adalah

- **Langkah 1**

Eliminasikan (hilangkan) salah satu variabel, dengan cara menjumlahkan atau mengurangkan suku-suku yang sama dari kedua persamaan sehingga diperoleh nilai dari variabel yang lain. Misalkan menghilangkan variabel x untuk mencari nilai variabel y.

- **Langkah 2**

Substitusikan nilai dari variabel yang sudah diperoleh di langkah 1 kedalam salah satu persamaan sehingga diperoleh nilai dari variabel yang lain.

Contoh 6:

Dengan menggunakan metode campuran, tentukan penyelesaian sistem persamaan linear di bawah ini!

$$2x + y = 4$$

$$5x - 2y = 1$$

Jawab:

Menghilangkan variabel x untuk mencari nilai dari variabel y

$$\begin{array}{r} 2x + y = 4 \quad | \times 5 | \quad 10x + 5y = 20 \\ 5x - 2y = 1 \quad | \times 2 | \quad 10x - 4y = 2 \\ \hline - \\ 9y = 18 \\ y = 2 \end{array}$$

Substitusikan nilai $y = 2$ ke dalam salah satu persamaan

$$2x + y = 4$$

$$2x + 2 = 4$$

$$2x = 4 - 2$$


$$2x = 2$$

$$x = 1$$

Jadi, diperoleh penyelesaian $x = 1$ dan $y = 2$ dan himpunan penyelesaiannya adalah $\{(1,2)\}$

KEGIATAN 4

Selesaikan soal dibawah ini dengan tepat dan cermat sesuai dengan konsep persamaan linear dua variabel yang sudah dipelajari!

a		<p>Asri membeli 3 buah roti A dan 5 buah roti B dengan harga Rp 39.000,00. Sedangkan Barkah juga membeli 1 buah roti A dan 1 buah roti B dengan harga Rp 11.000,00. Jika Cantik ingin membeli 4 buah roti A dan 2 buah roti B, maka jumlah uang yang harus ia bayar adalah</p>
---	---	---

b		<p>Harga 4 buku tulis dan 3 pensil adalah Rp 13.500,00, harga 3 buku tulis dan 2 pensil Rp 9.750,00, maka harga 2 buku tulis dan 3 pensil adalah</p>
c		<p>Harga 2 kg apel dan 6 kg melon Rp 46.000,00 sedangkan harga 4 apel dan 33 kg melon Rp 47.000,00. Haha 5 kg apel dan 3 kg melon adalah ...</p>
d		<p>Nunik membeli 1 kg daging sapi dan 2 kg ayam potong dengan harga Rp 94.000,00. Nunik membeli 3 kg ayam potong dan 2 kg daging sapi dengan harga Rp 167.000,00. Berapa harga 1 kg daging sapi dan 1 kg ayam potong?</p>
e		<p>Pada sebuah toko, Hida dan Anis membeli terigu dan beras dengan merek yang sama. Hida membeli 6 kg terigu dan 10 kg beras seharga Rp 84.000,00, sedangkan Anis membeli 10 kg terigu dan 5 kg beras seharga Rp 70.000,00. Harga 8 kg terigu dan 20 kg beras adalah</p>

UNIT 2

SISTEM PERTIDAKSAMAAN LINEAR SATU VARIABEL DAN NILAI MUTLAK

Tujuan dari mempelajari materi pembelajaran dari unit ini adalah untuk menggali materi-materi dan menemukan konsep dari sistem pertidaksamaan linear satu variabel dan nilai mutlak dari masalah-masalah kontekstual serta menggunakan konsep tersebut dalam menyelesaikan soal sehari-hari seperti merencanakan dan mengalokasikan belanja dan sebagainya.

Mengidentifikasi masalah yang berhubungan dengan pertidaksamaan linear satu variabel dan nilai mutlak kemudian membuat model matematika serta menyelesaikannya dengan langkah-langkah penyelesaian.



Gambar 2.1 Rencana Keuangan

Perencanaan dalam berbelanja diperlukan sebagai bagian dari perencanaan keuangan karena sumber daya manusia pasti memiliki keterbatasan. Kurang bijak jika pergi berbelanja tanpa perencanaan. Point-point pertanyaan penting yang perlu diperhatikan. Rencananya mau belanja dimana? Mau belanja apa saja? Membutuhkan anggaran berapa? Sumber daya anggaran pastinya tidak tak terbatas. Dalam manajemen keuangan keluarga, usahakan untuk pengeluaran ditekan dan direncanakan dengan biaya seminimal mungkin, namun bisa terpenuhi semua

yang dibutuhkan. Tujuan umum dari manajemen keluarga itu sendiri adalah Proteksi (insurance planning), Investasi dan tabungan (investment planning), Pensiun (retirement planning), Pendidikan (education planning), Pajak Penghasilan (income tax planning) dan Warisan (estate planning). Pengeluaran seminimal mungkin dengan mendapatkan hasil semaksimal mungkin, identik dengan pertidaksamaan dalam Matematika. Pertidaksamaan merupakan ekspresi atau bentuk matematika yang memuat simbol ketidaksamaan yaitu $<$, \leq , $>$, atau \geq

Berikut contoh notasi pertidaksamaan beserta arti dan contoh aplikasinya

Notasi	Arti	Contoh
$<$	lebih kecil kurang dari	$2 < 3$ $x + 1 < 3$
$>$	lebih besar lebih dari	$3 > 2$ $3x + 1 > 5$
$a < x < b$	diantara a dan b	$2 < x < 5$
$a < x \leq b$	diantara a dan b bila maksimal b	$2 < x \leq 5$
$a \leq x < b$	diantara a dan b bila nilai minimal a	$2 \leq x < 5$
$a \leq x \leq b$	diantara a dan b bila minimal a dan maksimal b	$2 \leq x \leq 5$
\neq	tidak sama dengan	$2 \neq 3$ $x + 1 \neq 3$
\leq	lebih kecil atau sama dengan batas dibawah maksimum maksimal sebanyaknya paling banyak tidak lebih dari sekurangnya	$2 \leq 3$ $x + 1 \leq 3$
\geq	lebih besar atau sama dengan batas diatas minimum minimal sesedikitnya paling sedikit tidak kurang dari selebihnya	$3 \geq 2$ $3x + 1 \geq 5$

Berbagai contoh konteks atau kejadian sehari-hari terkait dengan pertidaksamaan dapat diilustrasikan dalam tabel berikut.

No	Pernyataan	Bentuk Aljabar
1	Sebuah bilangan tidak lebih dari 8	$8 \geq x$
2	Sebuah bilangan sekurang-kurang bernilai 3	$X \geq 3$

No	Pernyataan	Bentuk Aljabar
3	Nilai enam kali sebuah bilangan tidak lebih dari 4	$4 \geq 6x$
4	9 lebihnya dari lima kali sebuah bilangan adalah kurang dari bilangan lainnya	$9 + 5x < y$
5	Kuadrat sebuah bilangan bertambah 4 hasilnya tidak lebih dari 9	$X^2 + 4 \leq 9$
6	Temperatur sebuah benda tidak lebih dari 21 derajat Celcius	$T \leq 21$
7	Jumlah 3 bilangan genap berturut-turut kurang dari 91	$x + x + 2 + x + 4 < 91$
8	158 dikurangi lima kali sebuah bilangan hasilnya kurang dari bilangan tersebut ditambah 21	$158 - 5x < x + 21$
9	Jumlah usia dua anak tak kurang dari 21 tahun	$X + y \geq 21$
10	Hasil kali dua bilangan lebih dari 24	$xy > 24$

Ekspresi matematika yang memuat simbol ketidaksamaan disebut dengan pertidaksamaan. Sedangkan pertidaksamaan yang memuat satu variabel berpangkat satu pada setiap suku-sukunya disebut pertidaksamaan linear. Jadi, pertidaksamaan linear satu variabel (PLSV) adalah pertidaksamaan linear yang memiliki satu jenis variabel.

Pertidaksamaan linear satu variabel adalah pertidaksamaan linear yang memiliki satu dengan variabel. Pertidaksamaan linear satu variabel dapat berbetuk

$$ax + b < c, ax + b \leq c, ax + b > c, \text{ atau } ax + b \geq c$$

dengan a, b, c bilangan real dan $a \neq 0$

Cara menyelesaikan pertidaksamaan linear satu variabel

1. Menambah atau mengurangi kedua ruas dengan bilangan yang sama tanpa mengubah tanda ketidaksamaan;
2. Mengalikan atau membagi kedua ruas dengan bilangan positif yang sama tanpa mengubah tanda ketidaksamaan;
3. Mengalikan atau membagi kedua ruas dengan bilangan negatif yang sama tetapi tanda ketidaksamaan berubah, dimana tanda " $>$ " berubah menjadi " $<$ ", tanda " $<$ " berubah menjadi " $>$ ", tanda " \leq " berubah menjadi " \geq ", dan tanda " \geq " berubah menjadi " \leq "

Untuk memahami tentang pertidaksamaan, berikut beberapa contoh permasalahan beserta solusinya.

Contoh 1:

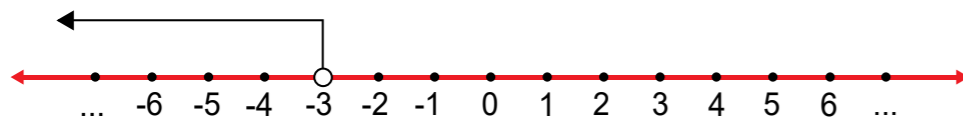
Tentukan penyelesaian pertidaksamaan dari

- a. $2x + 6 < 0$
- b. $-5x - 25 \leq 0$
- c. $3x - 15 > 0$
- d. $3x + 12 \geq 0$

Jawab:

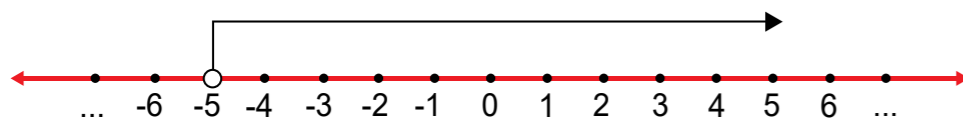
a. $2x + 6 < 0$
 $2x + 6 - 6 < 0 - 6$ (dikurangi 6)
 $2x < -6$
 $(1/2).2x < (1/2).(-6)$ (dikali 1/2)
 $x < -3$

Garis bilangannya, yaitu



b. $-5x - 25 \leq 0$
 $-5x - 25 + 25 \leq 0 + 25$ (ditambah 25)
 $-5x \leq 25$
 $(-1/5).(-5x) \leq (-1/5).25$ (dikali (-1/5), tanda akan berubah)
 $x \geq -5$

Garis bilangannya, yaitu



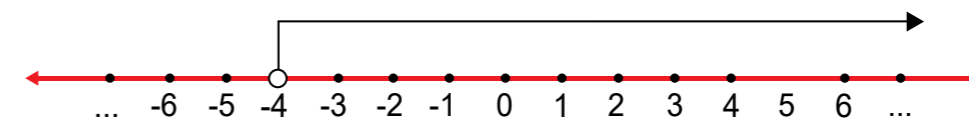
c. $3x - 15 > 0$
 $3x - 15 + 15 > 0 + 15$ (ditambah 15)
 $3x > 15$
 $(1/3).3x > (1/3).15$ (dikali 1/3)
 $x > 5$

Garis bilangannya, yaitu



d. $3x + 12 \geq 0$
 $3x + 12 - 12 \geq 0 - 12$ (dikurangi 12)
 $3x \geq -12$
 $(1/3).3x \geq (1/3).(-12)$ (dikali 1/3, tanda tetap)
 $x \geq -4$

Garis bilangannya, yaitu



Contoh 2:

Tentukan penyelesaian pertidaksamaan dari $8y - 4 < 3y + 9$

Jawab:

$8y - 4 < 3y + 9$
 $8y - 3y < 9 + 4$
 $5y < 13$
 $y < 13/5$

Jadi, penyelesaiannya adalah $y < 13/5$

Contoh 3:

Tentukan penyelesaian paling sederhana dari pertidaksamaan

$$\frac{2x - 3}{4} - \frac{x + 4}{6} \geq \frac{2}{3}$$

Jawab:

$$\frac{2x - 3}{4} - \frac{x + 4}{6} \geq \frac{2}{3} \text{ (dikali dengan 12, diperoleh dari KPK 3,4 dan 6)}$$

$$3(2x - 3) - 2(x + 4) \geq 8$$

$$6x - 9 - 2x - 8 \geq 8$$

$$4x - 17 \geq 8$$

$$4x \geq 8 + 17$$

$$x \geq \frac{25}{4}$$

Jadi, penyelesaiannya $x \geq \frac{25}{4}$

KEGIATAN 1

Dengan menggunakan konsep penyelesaian diatas, selesaikan soal pertidaksamaan di bawah ini!

1. Tentukan penyelesaian dari pertidaksamaan $2x + 5 < 6$!
2. Tentukan penyelesaian dari pertidaksamaan $5x - 10 > 7$!
3. Tentukan penyelesaian dari pertidaksamaan $9 - 4x \leq 45$!
4. Tentukan penyelesaian dari pertidaksamaan $x + 5 < 2x - 4$!
5. Tentukan penyelesaian dari $12 - 5a \geq 3a$!
6. Diketahui pertidaksamaan $13 - 2(y + 1) > (y + 1) - 8$. Penyelesaian pertidaksamaan tersebut adalah
7. Tentukan batas nilai x dari pertidaksamaan $1 < 2x - 1 < 3$!
8. Himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan $2(2m - 3) > 3(2m + 4)$, dengan m adalah bilangan bulat ganjil adalah

9. Model kerangka kubus disamping dibuat dengan panjang rusuknya $(x + 2)$ cm. Jika panjang kawat yang dibutuhkan tidak melebihi 180 cm. Tentukan panjang rusuk maksimum dari kubus tersebut!
10. Jumlah dua bilangan tidak kurang dari 400. Jika bilangan pertama sama dengan empat kali bilangan kedua, maka tentukan batas-batas nilai dari kedua bilangan tersebut!



▶ Nilai Mutlak

Dalam kehidupan sehari-hari, seringkali kita dihadapkan pada permasalahan yang berhubungan dengan jarak. Misalnya kita ingin menghitung jarak antara kota yang satu dengan kota yang lainnya. Dalam kaitannya dengan pengukuran jarak antara dua tempat ini, timbulah sesuatu keistimewaan, bahwa jarak ini harganya selalu positif. Dengan kata lain pengukuran jarak antara dua tempat nilainya tidak pernah negatif. Begitupun dengan kisaran banyaknya uang yang harus dibawa dalam dompet, dimana pasti selalu bernilai positif. Uang yang dibawa diletakkan sedikit untuk menghindari kebutuhan yang tidak terduga dalam kegiatan berbelanja, misalnya biaya untuk parkir dan biaya tak terduga lainnya. Sehingga diperlukan konsep nilai mutlak, yaitu nilai non negative dari suatu bilangan

Definisi:

Untuk setiap bilangan real x , harga mutlak dari x ditulis $|x|$ dan

$$|x| = \begin{cases} x, & x > 0 \\ x, & x < 0 \end{cases}$$

Pada bagian ini, kita akan membahas berbagai pertidaksamaan satu variabel yang memuat nilai mutlak dari bentuk linear

Contoh:

$|ax + b| < c$; $|ax + b| \leq c$; $|ax + b| > c$; atau $|ax + b| \geq c$
dengan a, b, c adalah konstanta dan $a \neq 0$.

Contoh:

$$|6| = 6, |0| = 0, |-5| = -(-5) = 5$$

Karena nilai mutlak selalu bernilai non negatif, maka kita dapat pula menuliskan sebagai

$$|x| = \sqrt{x^2}$$

Beberapa sifat nilai mutlak, yang sering digunakan dalam menyelesaikan masalah yang melibatkan nilai mutlak adalah sebagai berikut.

- a. $|ab| = |a| |b|$
- b. $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$
- c. $|a + b| \leq |a| + |b|$ dan $|a - b| \geq |a| - |b|$
- d. apabila $|x| < b$, maka $-b < x < b$
- e. apabila $|x| > b$, maka $x < -b$ atau $x > b$

Contoh:

Selesaikan pertidaksamaan $|x - 4| \leq 1.5$

Penyelesaian:

Dengan menggunakan sifat nilai mutlak, diperoleh

$$\begin{aligned} |x - 4| \leq 1.5 &\Leftrightarrow -1.5 \leq x - 4 \leq 1.5 \\ &\Leftrightarrow -1.5 + 4 \leq x - 4 + 4 \leq 1.5 + 4 \\ &\Leftrightarrow -2.5 \leq x \leq 5.5 \end{aligned}$$

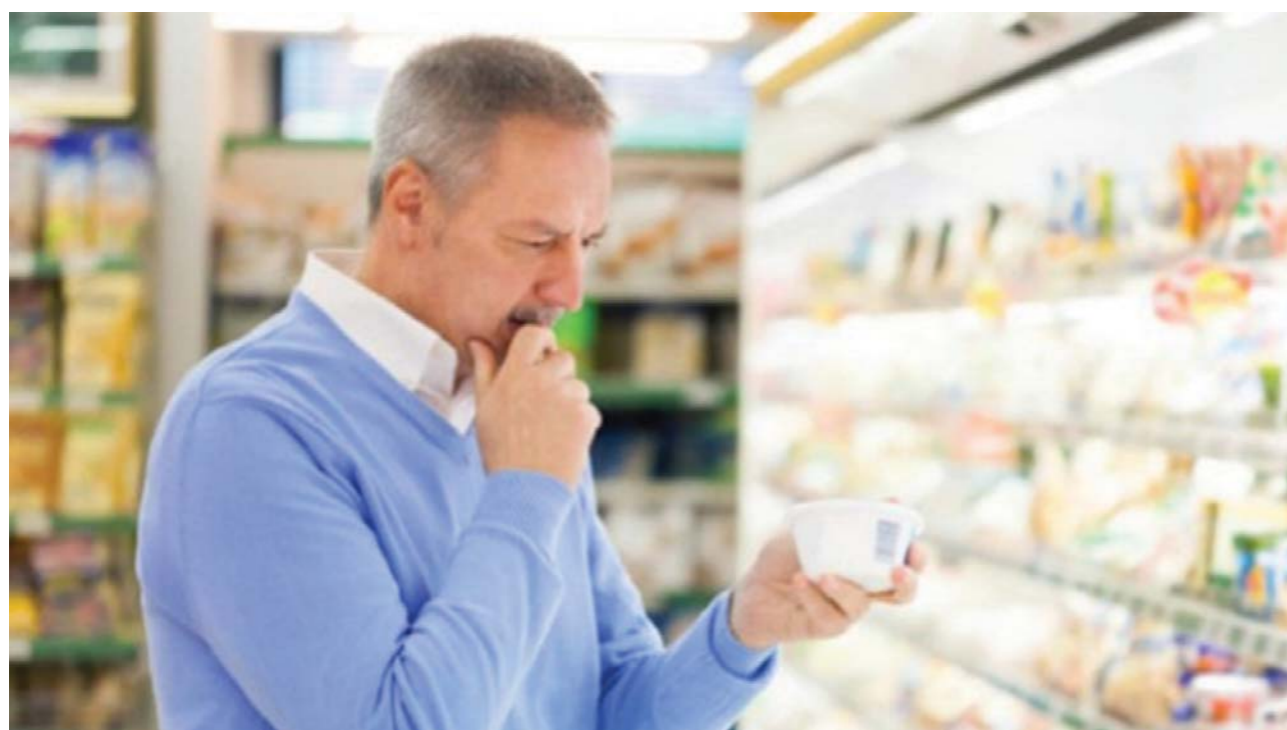
Jadi, HP = $\{x \mid -2.5 \leq x \leq 5.5\} = [-2.5, 5.5]$

LATIHAN 1

1. Selesaikan pertidaksamaan berikut
 - a. $|x + 1| < 4$
 - b. $|x/3 - 2| \leq 6$
 - c. $|4x + 2| \geq 10$
 - d. $|2 + 5/x| > 1$
 - e. $|1/x - 3| < 6$
 - f. $|x - 2| < 7$
2. Selesaikan pertidaksamaan berikut
 - a. $|x - 2| < 3|x + 7|$
 - b. $|2x - 5| > |x + 4|$

3. Sebuah pabrik memproduksi jarum dengan diameter 2 mm dan toleransi 0.01 mm. Apabila d diameter jarum setelah dicetak, maka:
 - a. Tentukan bentuk pertidaksamaan yang memuat d agar jarum yang diproduksi memenuhi syarat
 - b. Tentukan batas nilai d

Tujuan dari mempelajari materi pembelajaran dari Sub Unsur 3 ini adalah untuk menggali materi-materi dan menemukan konsep dari pertidaksamaan rasional dan irasional satu variabel kemudian menyelesaikannya sesuai dengan langkah-langkah penyelesaian, kemudian menentukan penyelesaian sistem persamaan dan pertidaksamaan dua variabel (linear-kuadrat dan kuadrat-kuadrat), menggali dan membuat model matematika yang didapatkan dari masalah-masalah kontekstual yang disajikan, menemukannya serta menggunakan konsep tersebut untuk penyelesaian masalah membandingkan harga, kebutuhan barang serta masalah sehari-hari lainnya.



Persamaan/pertidaksamaan rasional atau pecahan adalah persamaan/pertidaksamaan yang dapat dinyatakan dalam bentuk pecahan dengan penyebut dan pembilang berupa ekspresi/bentuk aljabar atau fungsi aljabar. Apabila penyebut atau pembilangnya berupa fungsi atau bentuk non aljabar, maka disebut persamaan/pertidaksamaan irasional.

Dalam menyelesaikan persamaan/pertidaksamaan rasional ataupun irasional, yang perlu diperhatikan bahwa penyelesaiannya berlaku untuk penyebut dari bentuk persamaan/pertidak-

samaan bernilai tidak sama dengan nol. Jadi, secara umum, persamaan rasional/irasional satu variabel dapat dinyatakan sebagai:

$$f(x)/g(x) = a, a \text{ konstan dan } g(x) \neq 0$$

Sedangkan pertidaksamaan rasional/irasional satu variabel dapat dinyatakan sebagai:

$$f(x)/g(x) < a, f(x)/g(x) \leq a, f(x)/g(x) > a, \text{ atau } f(x)/g(x) \geq a, a \text{ konstan dan } g(x) \neq 0$$

PENUGASAN

1. Apakah persamaan linear, persamaan kuadrat, persamaan polinom dan bentuk persamaan aljabar lainnya dapat dikatakan sebagai persamaan rasional? Jelaskan.
2. Apakah pertidaksamaan linear, pertidaksamaan kuadrat, pertidaksamaan polinom dan bentuk pertidaksamaan aljabar lainnya dapat dikatakan sebagai persamaan rasional? Jelaskan.

Contoh:

Selesaikan persamaan rasional $\frac{x+4}{6} = \frac{4}{x+2}$

Jawab:

Dari bentuk persamaan diperoleh $x + 2 \neq 0 \rightarrow x \neq -2$

Dengan melakukan operasi matematika, diperoleh

$$\begin{aligned} \frac{x+4}{6} = \frac{4}{x+2} &\rightarrow (x+4)(x+2) = 24 \\ &\rightarrow x^2 + 6x - 16 = 0 \\ &\rightarrow (x+8)(x-2) = 0 \rightarrow x = -8 \text{ atau } x = 2 \end{aligned}$$

Contoh 1:

Tentukan solusi dari pertidaksamaan rasional $\frac{2x-7}{x-5} \leq 3$

Jawab:

$$\frac{2x-7}{x-5} \leq 3$$

$$\frac{2x-7}{x-5} \leq 3$$

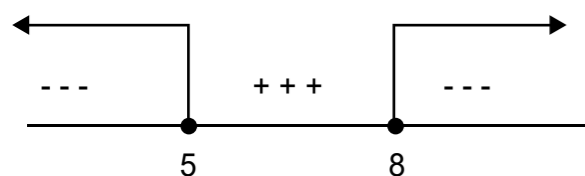
$$\frac{2x-7}{x-5} - 3 \leq 0$$

$$\frac{2x-7}{x-5} - \frac{3(x-5)}{x-5} \leq 0$$

$$\frac{2x-3x-7+15}{x-5} \leq 0$$

$$\frac{-3+8}{x-5} \leq 0$$

dengan $x \neq 5$



Untuk mencari tanda “+” atau “-“, masukkan bilangan yang memenuhi. Misalnya bilangan 1, maka jika saya masukkan ke pertidaksamaannya akan bernilai $(-1+8)/(1-5) = 7/(-4) = -7/4$ (bernilai negatif). Misalkan bilangan 6. Jika saya masukkan menjadi $(-6+8)/(6-5) = 2/1$ (bernilai positif).

Jadi, penyelesaiannya adalah $x < 5$ atau $x \geq 8$

Salah satu bentuk persamaan/pertidaksamaan irrasional adalah yang memuat variabel-variabelnya terdapat dibawah tanda akar (bisa berupa akar pangkat dua, akar pangkat tiga, ataupun akar pangkat yang lebih tinggi). Setiap bilangan atau ekspresi di bawah tanda akar selalu bernilai positif dan nol. Misalkan

$$\sqrt{x-3} = 2, \text{ di mana } x-3 \geq 0$$

$$\sqrt{x+5} < 2, \text{ di mana } x+5 \geq 0 \text{ dan}$$

$$\sqrt{2x+1} < \sqrt{x^2-2}, \text{ di mana } 2x+1 \geq 0 \text{ dan } x^2-2 \geq 0$$

Contoh 2:

Tentukan solusi dari pertidaksamaan irrasional berikut:

a. $\sqrt{x-3} < 1$

b. $\sqrt{1-2x} \geq 3$

Jawab:

a. Langkah pertama, dibawah tanda akar selalu bernilai nol dan positif

$$x-3 \geq 0$$

$$x \geq 3$$

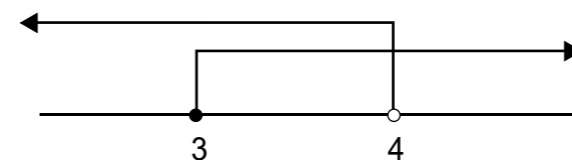
Langkah kedua, kuadratkan untuk menghilangkan tanda akar

$$\sqrt{(x-3)^2} < 1^2$$

$$x-3 < 1$$

$$x < 4$$

Kemudian, digambarkan pada garis bilangan



Penyelesaiannya $3 \leq x < 4$ dengan himpunan penyelesaiannya $\{x | 3 \leq x < 4\}$

b. Langkah pertama, dibawah tanda akar selalu bernilai nol dan positif

$$1-2x \geq 0$$

$$-2x \geq 0-1$$

$$x \leq \frac{1}{2}$$

Langkah kedua, kuadratkan untuk menghilangkan tanda akar

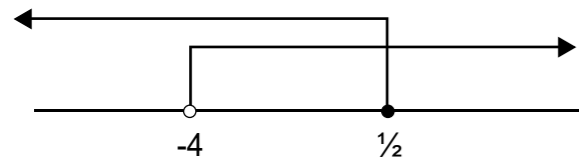
$$\sqrt{(1-2x)^2} < 3^2$$

$$1-2x < 9$$

$$-2x < 8$$

$$x > -4$$

Kemudian, digambarkan pada garis bilangan



Penyelesaiannya $-4 < x \leq \frac{1}{2}$ dengan himpunan penyelesaiannya $\{x | -4 < x < \frac{1}{2}\}$

Sistem Persamaan Dua Variabel dari Bentuk Linear dan Kuadrat

Sistem persamaan dengan bentuk umum sebagai

$$\begin{cases} y = ax + b \\ y = px^2 + qx + r \end{cases} \text{ dengan } a, b, p, q \text{ dan } r \text{ adalah konstanta real}$$

Merupakan bentuk dari sistem persamaan dua variabel dari bentuk linear dan kuadrat. Dalam menyelesaikan masalah tersebut, dapat menggunakan dua metode yaitu:

1. Metode Grafik

Untuk menyelesaikan sistem persamaan linear dan kuadrat dengan menggunakan metode grafik, menggunakan langkah-langkah berikut:

Langkah 1

Lukis atau gambarlah grafik fungsi linear dan grafik fungsi kuadrat dalam satu bidang koordinat dengan skala yang sesuai. Grafik fungsi linear berupa garis lurus dan fungsi kuadrat berupa parabola

Langkah 2

Buatlah garis vertikal dan horisontal yang memotong sumbu-sumbu koordinat dan melalui titik potong grafik fungsi linear dan fungsi kuadrat

Langkah 3

Bacalah nilai absis dan ordina dari titik potong kedua grafik tersebut (jika ada). Titik potong tersebut adalah penyelesaian sistem persamaan linear dan kuadrat. Jika dalam gambar tidak ada titik perpotongan, maka sistem persamaan tersebut tidak memiliki penyelesaian.

KEGIATAN 1

Penugasan:

- Isilah jawaban sesuai dengan kolom yang tersedia.
- Selesaikan permasalahan dibawah dengan langkah-langkah penyelesaian
- Kegiatan ini dilakukan untuk mengetahui dan memahami cara menggunakan metode grafik dalam mencari penyelesaian

1. Tentukan penyelesaian dari sistem persamaan

$$x + y - 3 = 0$$

$$y = x^2 - 6x + 9$$

Jawab:

Langkah 1

- Carilah titik potong persamaan $x + y - 3 = 0$ terhadap sumbu x dan sumbu y

x + y = 3		
x	0
y	0
(x,y)	(0,)	(...., 0)

Maka, titik potong persamaan $x + y = 3$ terhadap sumbu x dan sumbu y adalah (0,) dan (...., 0)

- Carilah titik potong persamaan $y = x^2 - 6x + 9$ terhadap sumbu x dan sumbu y
Memotong sumbu y, maka $x = 0$

$$Y = (\dots)^2 - 6(\dots) + 9$$

$$Y = \dots$$

Maka, titik potongnya (0,)

Memotong sumbu x, maka $y = 0$

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

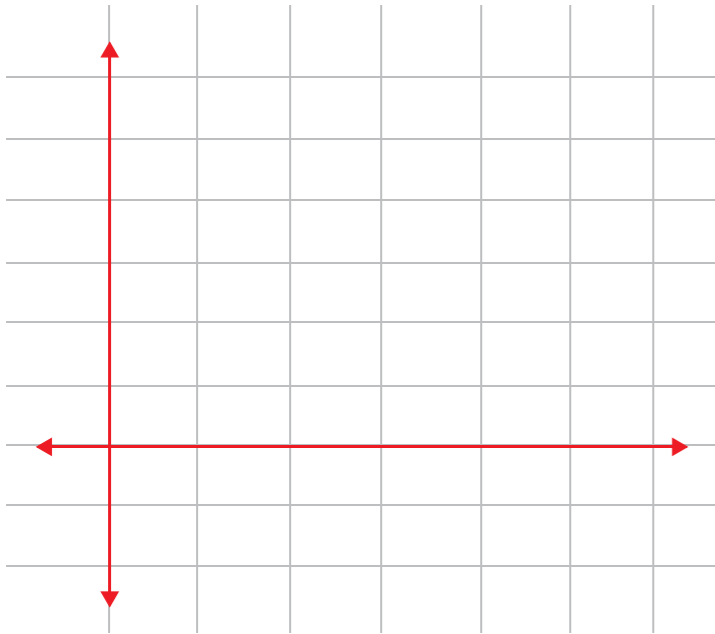
$$(x^1 - \dots)(x^2 - \dots) = 0$$

$$x^1 = \dots \text{ atau } x^2 = \dots$$

Maka titik potong terhadap sumbu x adalah (...., 0) dan (...., 0)

Langkah 2

Gambarlah dalam grafik kedua persamaan kedalam diagram kartesius dibawah ini



Langkah 3

Pada gambar, titik potong antara kedua grafik tersebut adalah (..., ...) dan (..., ...)

Jadi, penyelesaian sistem persamaan diatas adalah (..., ...) dan (..., ...).

2. Metode eliminasi dan/atau substitusi

Untuk menyelesaikan sistem persamaan tersebut dengan menggunakan metode substitusi, dapat dilakukan langkah-langkah berikut ini.

Langkah 1

Ubahlah semua persamaan ke dalam bentuk umum

$$\begin{cases} y = ax + b \\ y = px^2 + qx + r \end{cases}$$

Langkah 2

Substitusikan fungsi linear satu variabel ke dalam fungsi kuadrat atau sebaliknya sehingga diperoleh persamaan kuadrat baru.

Langkah 3

Ubahlah persamaan kuadrat baru ke bentuk umum persamaan kuadrat, yaitu $ax^2 + bx + c = 0$, dengan a, b, c konstan dan $a \neq 0$. Dari persamaan kuadrat baru yang diperoleh, tentukan nilai diskriminannya yaitu $D = b^2 - 4ac$. Apabila $D \geq 0$, maka sistem persamaan tersebut memiliki penyelesaian. Tentukan penyelesaiannya.

Langkah 4

Substitusikan nilai-nilai x yang diperoleh dari Langkah 3 ke salah satu persamaan baik linear atau persamaan kuadrat, sehingga diperoleh pasangan berurutan dari masing-masing nilai x dan y.

Contoh 1:

Tentukan himpunan penyelesaian dari $y - 2x = 2$ dan $y = x^2 - x - 2$

Jawab:

Langkah pertama, persamaan diubah kedalam bentuk

$$y = 2x + 2$$

$$y = x^2 - x - 2$$

kemudian, substitusikan

$$y_{\text{kurva}} = y_{\text{garis}}$$

$$x^2 - x - 2 = 2x + 2$$

$$x^2 - x - 2x - 2 - 2 = 0$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$(x - 4)(x + 1) = 0$$

$$x_1 = 4 \text{ atau } x_2 = -1$$

dengan $x_1 = 4$ maka $y_1 = 2(4) + 2 = 10$ dan diperoleh Titik (4,10)

dengan $x_2 = -1$ maka $y_2 = 2(-1) + 2 = 0$ dan diperoleh titik (-1,0)

Sehingga, himpunan penyelesaiannya $\{(4,10) \text{ dan } (-1,0)\}$



Sistem Persamaan Dua Variabel dari Bentuk Kuadrat-Kuadrat

Sistem persamaan linear dan kuadrat memiliki bentuk umum

$$\begin{cases} y = ax^2 + bx + c \\ y = px^2 + qx + r \end{cases}$$

Dengan a, b, c, p, q dan r adalah bilangan real dengan $a \neq 0, p \neq 0$

Langkah penyelesaiannya adalah dengan mensubstitusikan persamaan kuadrat pertama dengan persamaan kuadrat kedua. Tentukan penyelesaian persamaan kuadrat yang terbentuk.

Contoh:

Tentukan himpunan penyelesaian dari sistem persamaan berikut ini!

$$\begin{cases} y_1 = -x^2 + 10x - 16 \\ y_2 = x^2 - 6x - 2 \end{cases}$$

Jawab:

Substitusikan antara persamaan kuadrat pertama dan persamaan kuadrat kedua

$$\begin{aligned} y_2 &= y_1 \\ -x^2 + 10x - 16 &= x^2 - 6x - 2 \\ -x^2 - x^2 + 10x + 6x - 16 + 2 &= 0 \\ -2x^2 + 16x - 14 &= 0 \\ x^2 - 8x + 7 &= 0 \\ (x - 1)(x - 7) &= 0 \\ x &= 1 \text{ atau } x = 7 \end{aligned}$$

- Dengan $x = 1$, maka
 $y_1 = -(1)^2 + 10(1) - 16 = -7$
 $y_2 = (1)^2 - 6(1) - 2 = -7$
Jadi titiknya $(1, -7)$

- Dengan $x = 7$, maka
 $y_1 = -(7)^2 + 10(7) - 16 = 5$
 $y_2 = (7)^2 - 6(7) - 2 = 5$
Jadi titiknya $(7, 5)$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{(1, -7), (7, 5)\}$

Rangkuman

- Ekspresi atau bentuk matematika merupakan gabungan atau kombinasi symbol-simbol matematika bilangan, konstanta, variabel, operasi, fungsi, tanda baca, pengelompokan dan aspek lainnya yang membentuk kalimat matematika
- Pada suatu ekspresi matematika, variabel merupakan lambang pengganti bilangan yang belum diketahui nilainya, konstanta merupakan bilangan yang tidak memuat variabel, koefisien adalah bilangan yang memuat variabel, dan suku adalah variabel beserta koefisien atau konstanta yang dipisahkan oleh operasi jumlah atau pengurangan
- Bentuk aljabar atau ekspresi aljabar merupakan ekspresi matematika yang memuat operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian, perpangkatan dan tidak memuat ekspresi dan operasi non aljabar lainnya pada variabel yang terlibat.
- Persamaan adalah bentuk aljabar atau ekspresi aljabar yang memuat tanda atau simbol persamaan, yaitu '='. Sedangkan persamaan dengan yang memuat satu variabel berpangkat satu pada setiap suku-sukunya disebut persamaan linear. Jadi, persamaan linear satu variabel (PLSV) adalah persamaan linear yang memiliki satu jenis variabel.
- Dari sebuah persamaan linear satu variabel dapat dibentuk persamaan lain yang setara atau ekuivalen dengan cara kedua ruas persamaan ditambah, dikurangi, dikalikan, atau dibagi dengan bilangan yang sama.
- Penyelesaian atau akar dari persamaan linear satu variabel dicari dengan mengubah bentuk persamaan menjadi bentuk paling sederhana yang setara melalui manipulasi atau operasi matematika linear, yaitu dengan cara kedua ruas persamaan ditambah, dikurangi, dikalikan, atau dibagi dengan bilangan yang sama.
- Persamaan Linear Dua Variabel (PLDV) adalah persamaan linear yang memiliki dua jenis variabel dengan pangkat masing masing variabelnya berderajat 1. Dua atau lebih persamaan linear dua variabel dengan jenis variabel yang sama dapat membentuk sistem yang disebut dengan sistem persamaan linear dua variabel (SPLDV). Sistem persamaan linear dua variabel dapat diselesaikan di antaranya dengan menggunakan metode grafik, substitusi, eliminasi, determinan, dan matriks.
- Ekspresi matematika yang memuat simbol ketidaksamaan disebut dengan pertidaksamaan. Sedangkan pertidaksamaan yang memuat satu variabel berpangkat satu pada setiap suku-sukunya disebut pertidaksamaan linear. Pertidaksamaan linear satu variabel (PLSV) adalah pertidaksamaan linear yang memiliki satu jenis variabel.
- Nilai non negatif dari suatu bilangan atau ekspresi disebut dengan nilai mutlak. Jadi, nilai mutlak merupakan akar non negatif dari kuadrat suatu bilangan atau ekspresi.

10. Persamaan rasional atau pecahan adalah persamaan yang dapat dinyatakan dalam bentuk pecahan dengan penyebut dan pembilang berupa ekspresi/bentuk aljabar atau fungsi aljabar. Apabila penyebut atau pembilangnya berupa fungsi atau bentuk non aljabar, maka disebut persamaan irasional.
11. Pertidaksamaan rasional atau pecahan adalah pertidaksamaan yang dapat dinyatakan dalam bentuk pecahan dengan penyebut dan pembilang berupa ekspresi/bentuk aljabar atau fungsi aljabar. Apabila penyebut atau pembilangnya berupa fungsi atau bentuk non aljabar, maka disebut pertidaksamaan irasional.

KRITERIA PINDAH MODUL

Anda dinyatakan memahami modul ini atau dapat berpindah ke modul berikutnya apabila telah memenuhi salah satu persyaratan berikut.

1. Mampu mengerjakan tugas dan soal latihan secara lengkap, benar, akurat dan sesuai prosedur pengerjaan
2. Mampu mengerjakan tugas dan soal latihan dengan benar, akurat dan sesuai prosedur pengerjaan, minimal sebesar 75%
3. Mampu mengerjakan test penempatan untuk modul ini dengan benar, akurat dan sesuai prosedur pengerjaan, minimal sebesar 75%

Anda dinyatakan belum memahami dan menguasai modul ini dan belum dapat berpindah ke modul berikutnya apabila:

1. Mampu mengerjakan tugas dan soal latihan dengan benar, akurat dan sesuai prosedur pengerjaan, di bawah sebesar 75%
2. Mengikuti test penempatan dengan hasil di bawah 75%



Saran Referensi

Buku teks pelajaran Kurikulum 2013 kelas X SMA/SMK, Kemdikbud, 2016

Everyday Algebra for Elementary Course, William Betz, Ginn and Company, New York, 1951



Daftar Pustaka

Permendikbud No. 24 tahun 2016 tentang Kompetensi Inti dan Kompetensi Dasar Matematika

Kurikulum Kesetaraan Paket A setara SD, Paket B setara SMP dan Paket C setara SMA, Ditjen PAUD dan Dikmas, Kemdikbud, 2017

<https://www.zenius.net/cg/46/matematika-sma-kelas-10>

<http://www.bukupaket.com/2016/08/materi-matematika-kelas-10-sma.html>

<https://ibnufajar75.wordpress.com/materi-pembelajaran/matematikakelas-x/>

<http://www.matematricks.com/2012/10/materi-pelajaran-matematika-sma.html>

Algebra 2 with trigonometry, Bettye C. Hall, Mona Fabricant, Prentice Hall, New Jersey, 1993

Basic quantum mechanics, JL Martin, Oxford University Press, New York, 1981

Merancang tes untuk menilai prestasi siswa, Jane S Cangelosi, Penerbit ITB Bandung, 1995

Master problem solving maths, Joy Cheng, Federal Publications, Singapore, 2003

Matematika, R Soedjadi, Djoko Moesono, Balai Pustaka, Jakarta, 2003

Kanginan, Marthen, Teten Kustendi. 2001. Matematika SMU Kelas 3. Bandung : Grafindo

Kalkulus dan Geometri Analitis jilid I, Edwin J Purcell, Dale Varberg, Penerbit Erlangga, Jakarta, 1990

<https://id.wikipedia.org/wiki/Pertidaksamaan> yang diakses tanggal pukul 08.00 WIB

<https://www.cermati.com/artikel/6-cara-hemat-dengan-belanja-pintar> yang diakses tanggal pukul 03.36 WIB

https://www.superindo.co.id/resep_dan_tips/tips_dan_trik/cara_memilih_ikan_yang_masih_baik_dan_seggar yang diakses tanggal pukul 4.10 WIB

<http://www.konsep-matematika.com/2016/01/pertidaksamaan-linear-satu-variabel.html>